# Über die Erregung longitudinaler Schwingungen in der Luft durch transversale.

Von dem w. M. J. Stefan.

(Mit 3 Holzschnitten.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 24. März 1870.)

Bei der Untersuchung der Schwingungszustände der Luft in der Umgebung eines tönenden Körpers leistet bekanntlich ein feines Röhrchen, in Verbindung mit einem ins Ohr führenden Kautschukschlauch, gute Dienste. Der von den verschiedenen Orten, an welche man die Öffnung des Röhrchens bringt, ins Ohr geleitete Schall läßt die an diesen Stellen vorhandene Intensität und Periode der Luftbewegung erkennen.

Ist der schwingende Körper ein Stab, eine Platte, so kann man in den meisten Fällen, ohne die vorhandene Bewegung der Luft so bedeutend zu stören, daß der angestrebte Zweck nicht mehr erreicht werden kann, statt des feinen Röhrchens auch ein weiteres Rohr anwenden, welches am freien Ende dachförmig zusammenläuft, so daß es eine feine spaltförmige Öffnung besitzt, oder einfach einen Schlauch, dessen freies Ende durch ein mit einem Schlitz versehenes Plättchen geschlossen ist. Man hat so den Vortheil, eine größere Schallquantität ins Ohr zu bekommen.

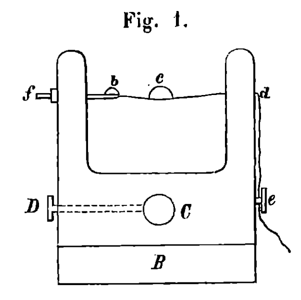
Untersucht man auf diese Weise den Luftraum um einen Stab, welcher transversal schwingt, jedoch so, daß seine Axe immer in einer Ebene bleibt, so findet man, daß der Schall, den man von verschiedenen Seiten des Stabes ins Ohr leitet, auf zwei Seiten, und zwar in der Schwingungsebene des Stabes das Maximum der Intensität besitzt, auf den zwei anderen Seiten — in der durch die Axe des Stabes gehenden, zur Schwingungsrichtung senkrechten Ebene — hingegen hört man keinen Schall.

Daß dem so ist, hat schon Kießling nachgewiesen in seiner Abhandlung: Über die Schallinterferenz einer Stimmgabel (Pogg.

CXXX. 177) und hat die bis dahin allgemein verbreitete Ansicht, daß es um einen transversal schwingenden Stab vier Stellen des Maximums der Intensität und ebenso viele des Minimums gäbe, ähnlich wie bei einer tönenden Stimmgabel, berichtigt. Er hat zugleich hervorgehoben, daß der Irrthum durch Beobachtungen an nahe quadratischen und nahe kreisrunden Stäben, welche, wenn nicht eine besondere Vorrichtung getroffen wird, nie in einer Ebene schwingen, veranlaßt worden ist.

Um diese Beobachtung in bequemer Weise machen zu können, muß der Stab in solche Bedingungen gesetzt werden, daß seine schwingende Bewegung längere Zeit hindurch anhält. Am besten gelingt dies, wenn man den Stab mit freien Enden und zwei Knoten, von denen jeder um ein Fünftel der Stablänge von dem zugehörigen Ende des Stabes entfernt ist, schwingen läßt. Die Befestigung des Stabes in den Knoten kann man sehr einfach bewerkstelligen, wenn man um jeden eine Schnur oder eine Darmsaite schlingt und die Enden derselben an zwei gegenüberliegenden Punkten fest macht, so daß die Schnüre gespannt sind und den Stab frei tragen. Es eignen sich zu diesem Zwecke Träger von der in der beigesetzten Figur ersichtlichen Eigenschaft. Ein über einen Zoll dickes Brett ist U-förmig ausgeschnitten und rechtwinklig auf ein Standbrett *B* aufgeschraubt. Die Schnur ist bei *b* in dem Ohre eines Messingstiftes befestigt, bildet bei *c* die Schlinge, geht bei *d* durch den andern Arm des Trägers und kann bei *e* durch eine Klemmschraube fest gemacht werden. Der Messingstift ist mit einer Schraube *f* versehen, durch welche, wenn der Stab durch die Schlinge *c* geschoben ist, die Schnur noch stärker gespannt werden kann. Bei *C* ist der Träger durchbohrt und paßt in diese Bohrung ein runder Stab, welcher diesen Träger mit einem zweiten zu verbinden die Aufgabe hat. Der Träger kann an den Stab durch die Klemmschraube *D* festgedrückt werden. Man kann derart die Distanz der beiden Träger nach Bedarf mit Leichtigkeit ändern. Die Bodenplatte jedes Trägers ist nur einseitig; richtet man dieselben so, daß die Bodenplatten gegen die Mitte des Apparates hinsehen, so kann man den ganzen Apparat auch

Fig. 1.



so aufstellen, daß der schwingende Stab in eine verticale Lage kommt.

Wird ein runder oder quadratischer Stab in den Apparat gebracht, und durch den Fiedelbogen oder einen Schlag in Schwingungen versetzt, so verlöschen die Schwingungen, welche in einer andern, als zu den beiden gespannten Schnüren senkrechten Ebene stattfinden, sehr bald, und nur die eben bezeichneten erhalten sich lange Zeit hindurch. Nimmt man einen Stab von rechteckigem Querschnitt und ist eine Seite des Rechteckes viel kleiner als die andere, so erhalten sich die Schwingungen parallel zur kürzeren Seite, während die parallel zur längeren bald verlöschen.

Der hier beschriebene Apparat ist einfacher als der von Kießling angewendete, bei welchem die Stäbe zwischen Spitzen festgehalten werden.

Das Nullwerden der Intensität in der auf der Schwingungsrichtung senkrechten Mittelebene trifft für alle Töne, welche der Stab schwingen mag, in gleicher Weise zu. Auch tritt diese Art der Intensitätsvertheilung nicht nur in der Luft ein, sondern auch im Wasser. Man kann sich davon leicht überzeugen, wenn man den Stab vertical stellt, sein unteres Ende ins Wasser taucht und so schwingen läßt. Taucht man auch die Schall zuführende Spalte unter Wasser und bringt sie an verschiedene Seiten des Stabes, so beobachtet man denselben Intensitätswechsel, wie in der Luft. Es ist genügend, wenn der Stab nur ein Millimeter tief unter Wasser taucht.

Das Verschwinden jedes Schalles in der zur Schwingungsrichtung senkrechten Mittelebene tritt jedoch nur dann ein, wenn der Stab kleine Excursionen macht, und ist dies bei dickeren Stäben regelmäßig der Fall. Bei weniger, z. B. vier Millimeter dicken Stäben, welche sich mit Leichtigkeit in sehr intensive Schwingungen versetzen lassen, hört man auch in der bezeichneten Mittelebene einen Ton, um so stärker, je größer die Excursionen des Stabes sind und je näher man mit der Spalte an den Stab rückt. Dieser Ton ist jedoch nicht derselbe, welchen man an den übrigen Stellen hört und den der Stab schwingt, sondern es ist dessen höhere Octav.

Dieser Ton gehört nicht zu den Eigentönen des Stabes, er entsteht erst in der den Stab umgebenden Luft und liegt die Ursache seiner Entstehung im Folgenden.

Der schwingende Stab bewegt zunächst die Luft in der Richtung seiner Schwingungen, verdichtet dieselbe vor sich, verdünnt dieselbe hinter sich. Die vor und hinter dem Stabe vorhandene, übrigens zur selben Zeit auf beiden Seiten im gleichen Sinne stattfindende Bewegung, bringt auch die seitlich befindliche Luft aus ihrer Ruhe, und zwar so, daß sie in der zur Schwingungsrichtung senkrechten Mittelebene zur ersteren parallel sich bewegt, und wenn die Schwingungen des Stabes sehr kleine Amplituden haben, daselbst weder eine Verdichtung, noch eine Verdünnung erfährt. Es pflanzt sich daher in der Richtung der Mittelebene keine Schallbewegung fort. Werden aber die Excursionen des Stabes sehr groß, dann tritt zunächst in der Mittelebene in Folge der raschen Bewegung eine Druckverminderung ein, welche ein seitliches Zuströmen von Luft zur Folge hat. Ist der Stab in seiner größten Elongation angelangt, so hat auch die seitliche Luft ihre große Geschwindigkeit verloren, und tritt in Folge der zugeflossenen Luft eine Verdichtung ein, die während des Rückganges des Stabes von seiner größten Excursion auf der einen zur größten Excursion auf der zweiten Seite verschwindet, durch eine Verdünnung ersetzt wird, worauf dasselbe wie früher sich wiederholt. Eine solche Verdünnung und Verdichtung entsteht während jeder ganzen Schwingung des Stabes zweimal, weil die Bewegung des Stabes von der einen nach der anderen Seite in der Richtung der Mittelebene dieselbe Wirkung ausübt, wie die entgegengesetzte Bewegung. Durch die in die Mittelebene gebrachte Spalte werden doppelt so viel Schwingungen aufgefangen, als in derselben Zeit vom Stabe gemacht werden, man hört deßhalb durch den Schlauch die höhere Octav des Tones, welchen der Stab schwingt.

Die longitudinalen Schwingungen, welche die höhere Octav des vom Stabe geschwungenen Stabes bilden, sind durch Bewegungen erregt worden, welche gegen ihre Richtung transversal sind, und ist durch dieses Experiment der Satz illustrirt, daß longitudinale Bewegungen, welche in einem Medium durch transversale Schwingungen erregt werden, eine halb so große Periode oder eine doppelt so große Schwingungszahl besitzen, als die erregenden transversalen.

Es bildet das beschriebene Experiment ein Gegenstück zu dem von Melde ausgeführten Versuche, bei welchem das eine Ende eines Fadens an einem fixen Punkt, das andere Ende an der Zinke

einer Stimmgabel so befestigt ist, daß die Richtung der Schwingungen dieses Zinkenpunktes mit der Richtung des gespannten Fadens einerlei ist. Es wird durch diesen Versuch nachgewiesen, daß auch in diesem Falle, in welchem die von der Zinke auf den Faden übertragenen Bewegungen longitudinale sind, die Saite in sehr starke transversale Schwingungen geräth, und zwar so, daß sie eine halbe Schwingung vollführt, während die Zinke eine ganze Schwingung durchmacht. Nur dann, wenn Spannung, Länge und Dicke des Fadens so beschaffen sind, daß er die tiefere Octav des Stimmgabeltons zu schwingen im Stande ist, kommt der Faden in starkes Mitschwingen. Diese tiefere Octav muß den Grundton des Fadens bilden, oder einen seiner Obertöne, in welch letzterem Falle er dann mit der entsprechenden Anzahl Knoten schwingt.

Mit den transversalen Schwingungen einer gespannten Saite sind nothwendig Dehnungen derselben verbunden, welche ihren größten Werth erreichen, wenn die Saite in ihrer größten Elongation anlangt. Dies trifft während jeder ganzen Schwingung der Saite zweimal zu, die Spannung der Saite ist daher mit Rücksicht auf diese Dehnungen eine periodische, und ist die Periode halb so groß als die Schwingungsdauer der Saite. Die Transversalschwingungen derselben erregen daher zugleich longitudinale Schwingungen von doppelter Schwingungszahl und umgekehrt, wird eine Saite aus ihrer Ruhelage gebracht und ihre Spannung periodisch variirt, so kann sie nur dann in intensive Schwingungen gerathen, wenn ihre Schwingungsdauer doppelt so groß ist, als die Periode der Spannungsänderungen.

Zu diesem Resultate gelangt man auch auf analytischem Wege durch Behandlung des Problems einer schwingenden Saite, deren Spannung mit der Zeit periodisch wechselt.

Das Auftreten der höheren Octav kann man aber nicht nur an der Seite eines transversal schwingenden Stabes, sondern auch bei Platten und Stimmgabeln beobachten, wenn diese in Schwingungen von hinreichend großen Excursionen sich versetzen lassen.

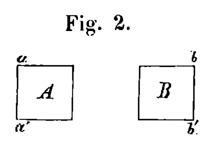
Wird z. B. eine quadratische Platte derart in's Schwingen gebracht, daß sie durch vier von der Mitte ausgehende Knotenlinien in vier Quadrate getheilt wird, und bringt man die Schall aufnehmende Spalte an den Rand der Platte nahe an einer Ecke so, daß die Spalte mit der Mitte der Plattendicke in gleicher Höhe steht, so hört

man durch den Kautschukschlauch die Eigentöne der Platte, also auch den Grundton, den sie schwingt, nicht, sondern die höhere Octav dieses Tones, während bei nur wenig höher oder tiefer gestellter Spalte der Grundton mit mächtiger Intensität in's Ohr schallt.

Die Art und Weise, wie die Luft an den Rändern einer transversal schwingenden Platte sich bewegt, ist im Ganzen dieselbe, wie an den Rändern eines transversal schwingenden Stabes, daher auch dasselbe Resultat.

Es muß noch bemerkt werden, daß man zur Wahrnehmung der besprochenen höheren Octav nicht nothwendig ein feines Röhrchen oder eine feine Spalte braucht, daß auch durch ein weiteres Rohr dieselbe vernehmbar ist, nur muß dann die Mitte der Rohröffnung genau mit der Mittelebene des Stabes oder der Platte zusammenfallen, damit die von den beiden Seiten gleichzeitig eintretenden Verdichtungen und Verdünnungen, welche dem Grundton angehören, sich wechselseitig vollständig aufheben, und nur die Schwingungen der Octav zur Fortpflanzung durch das Rohr übrig bleiben.

Fig. 2.




Endlich kann man bei einer mit bedeutenden Excursionen schwingenden Stimmgabel das Auftreten der höheren Octav ihres Grundtons an den äußeren Kanten ihrer Zinken beobachten. Stellen $A$, $B$ die Querschnitte der beiden Zinken dar, so hört man, die Spalte an die mit $a$, $a'$, $b$, $b'$ bezeichneten Stellen parallel zu den Längskanten stellend, durch den Schlauch den Grundton der Gabel nicht, sondern an Stelle desselben die höhere Octav. Bedeuten $A$ und $B$ die Endflächen der Zinken, so hört man auch über denselben in der Nähe der Ränder $aa'$ und $bb'$ den Grundton nicht, sondern seine Octav.

Es läßt sich daraus schließen, daß an diesen Stellen die Bewegung der Luft ähnlicher Art sei, wie in der Mittelebene eines transversal schwingenden Stabes. Die sogenannten Interferenzflächen in der Umgebung einer Stimmgabel, in welchen die Verdichtungs- und Verdünnungswellen des Grundtons wechselseitig sich aufheben, sind nicht Orte der Ruhe, sondern Orte transversaler Luftbewegungen, welche zur Entstehung von Verdichtungen und Verdünnungen zweiter Ordnung, zur Entstehung der höheren Octav des Grundtons Veranlassung geben.

Für diese Art der Bewegung der Luft in der Nähe der äußeren Kanten einer Stimmgabel gibt noch ein anderer Versuch einen Beweis. Hält man eine tönende Stimmgabel über eine mit Korkfeilicht bestreute Tafel so, daß eine der äußeren Kanten der Tafel am nächsten steht, so erhebt sich das Korkpulver unter der Kante in einer zu dieser parallelen Rippe, ähnlich wie in den Kundt'schen Röhren. Hält man die Stimmgabel mit einer ihrer Flächen parallel zur Tafel, so erhebt sich das Pulver an den Kanten der Gabel, bleibt in der Mitte ruhig liegen. Wie in allen Fällen, so stellen sich auch in diesem die Staubrippen senkrecht gegen die Hauptbewegung der Lufttheilchen, und geben den Hinweis auf das Dasein der Bewegungen zweiter Ordnung in der Richtung der Erhebung des Staubes.

Es ist übrigens seit lange bekannt, daß eine Stimmgabel neben ihrem Grundton auch dessen höhere Octav schwingen kann, und läßt sich diese Thatsache durch Resonanzversuche erweisen. Nach der gewöhnlichen Theorie der Transversalschwingungen elastischer Stäbe sollte die Octav des Grundtons nicht zu den Eigentönen einer Gabel gehören. Helmholtz löst diesen Widerspruch zwischen Theorie und Erfahrung durch die Bemerkung, daß für die nicht unendlich kleinen Schwingungen einer Stimmgabel die mit Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung abgeleitete Differentialgleichung nicht mehr gilt, durch die Glieder höherer Ordnung aber die Anwesenheit der Octav gefordert wird.

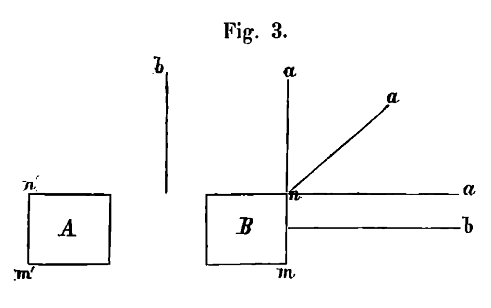
Mit diesem Tone ist aber die in den vorher beschriebenen Versuchen beobachtete Octav durchaus nicht ein und dieselbe Erscheinung, diese besteht neben der andern. Die Octav, welche Eigenton der Stimmgabel ist, erzeugt in der umgebenden Luft Schwingungen, welche ihre Maxima und Minima an denselben Stellen haben, wie der Grundton und die übrigen Eigentöne der Gabel, wie man sich durch Resonanzversuche mit einer Röhre, welche auf die höhere Octav abgestimmt ist, überzeugen kann. Sie verschwindet an denselben Stellen, an welchen die in der Luft entstandene gehört wird.

Nur das eine ist beiden Tönen gemeinsam, daß sie Zeugniß geben von dem Einflusse der Glieder höherer Ordnung in den Bewegungsgleichungen, das eine Mal des Stabes, das andere Mal der umgebenden Luft.

Ich will im Anhange noch an einen von Stokes im Philosophical Magazine (Fourth Series) XXXVI, p. 421 beschriebenen Versuch

über die Verstärkung, welche der Ton einer Stimmgabel erfährt, wenn man ihr von der Seite ein Blatt aus Kartenpapier oder überhaupt einen plattenförmigen Körper nähert, erinnern. Stellen *A* und *B* wieder die Querschnitte der beiden Zinken dar, und *a*, *b* die Durchschnitte des genäherten Blattes in den verschiedenen Positionen, so tritt eine Verstärkung ein, wenn das Blatt in eine der Positionen *a* gebracht wird, hingegen tritt keine Verstärkung ein, wenn das Blatt in einer der mit *b* bezeichneten Lagen der Platte genähert wird.

Fig. 3.




Stokes erklärt diese Erscheinung durch die gehinderte Ausbreitung des Schalles nach allen Seiten. Bei der Ausführung des Versuches fühlt man jedoch deutlich, daß in jeder den Ton verstärkenden Position das Blatt in Vibration geräth. In den Positionen *b* kann eine Erregung des Blattes zu schwingenden Bewegungen nicht erfolgen, weil in diesen die Luft parallel zu dem Blatte sich bewegt; nur in den Stellungen *a* wird es von Lufttheilchen getroffen, welche eine zum Blatte normal gerichtete Componente der Geschwindigkeit besitzen.

Daß die Tonverstärkung mit der Mitschwingung in Verbindung steht, zeigt noch folgender Versuch. Schneidet man in ein Blatt eine Spalte, und nähert das Blatt der Stimmgabel, so daß es der Seite *mn*, oder der Seite *nn'* parallel steht, so tritt eine Tonverstärkung nur dann ein, wenn die Spalte in eine der mit *b* bezeichneten Linien zu liegen kommt, in welchen Fällen die Luft durch die Spalte hindurch schwingend das Blatt in Vibrationen zu versetzen im Stande ist. Der Ton der Gabel erhält auch den Charakter, welcher Tönen, die durch Bewegung der Luft an einem Rande oder in einer Spalte entstehen, zukommt.